

104 年四技二專統一入學測驗試題

《數學(B)》

答案來源：技專校院入學測驗中心

 啓芳出版社 提供



104 年數學(B)統測試題，可以說是近幾年來命題最簡單的一年，平日學生只要有多加練習，應該很容易可以得高分，各章的命題也不夠平均，比較偏重在式的運算、方程式，以及機率與統計單元，而直線方程式、指對數以及數列與級數則相對命題減少，綜合而言，預估今年的數學(B)平均分數會比去年為高，中上程度同學的分數差異不會太大。

(C) 1. 若通過 $A(1,1)$ 和 $B(3,k)$ 兩點的直線其斜率為 3，則 $k = ?$ (A)3 (B)5 (C)7 (D)9

解 析：由斜率定義 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 可知： $\frac{k-1}{3-1} = 3 \Rightarrow k = 7$

參閱講義：N06 講義《第 1 章 直線方程式》P.8 教師講解 1
T01 講義《第 1 章 直線方程式》P.12 夫子講 1

(B) 2. 若 $a = \sin 45^\circ$ 、 $b = \tan 45^\circ$ 、 $c = \sec 45^\circ$ ，則 $a^2 + b^2 + c^2 = ?$ (A)3 (B) $\frac{7}{2}$ (C)4 (D) $\frac{9}{2}$

解 析： $a^2 + b^2 + c^2 = \sin^2 45^\circ + \tan^2 45^\circ + \sec^2 45^\circ$
 $= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (1)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} + 1 + 2 = \frac{7}{2}$

參閱講義：N06 講義《第 2 章 三角函數》P.28 教師講解 2
T01 講義《第 2 章 三角函數》P.34 夫子講 3

(C) 3. 已知向量 $\vec{a} = (1,2)$ 與向量 $\vec{b} = (2,3)$ ，若 $3\vec{a} - 2\vec{b} = (r,s)$ ，則 $s - 2r = ?$ (A)-2 (B)-1 (C)2 (D)3

解 析： $3\vec{a} - 2\vec{b} = 3(1,2) - 2(2,3) = (-1,0) = (r,s)$
 $s - 2r = 0 - 2(-1) = 2$

參閱講義：N06 講義《第 3 章 向量》P.50 教師講解 2
T01 講義《第 4 章 向量》P.79 夫子講 5

(C) 4. 已知 k 為實數，若向量 $\vec{a} = (1,k+1)$ 與向量 $\vec{b} = (2k,3)$ 的內積為 18，則 $k = ?$ (A)-1 (B)1 (C)3 (D)5

解 析： $\vec{a} \cdot \vec{b} = 18 \Rightarrow (1,k+1) \cdot (2k,3) = 18 \Rightarrow 2k + 3(k+1) = 18 \Rightarrow k = 3$

參閱講義：N06 講義《第 3 章 向量》P.57 自我評量 1
T01 講義《第 4 章 向量》P.83 夫子講 2

(D) 5. 甲、乙、丙三人至速食店用餐。若該速食店僅提供三種套餐，且甲、乙、丙每人皆點一套餐，則此三人會有多少種點餐方式？ (A)6 (B)9 (C)18 (D)27

解 析：甲、乙、丙各有 3 種套餐的選擇： $3 \times 3 \times 3 = 27$

參閱講義：N06 講義《第 9 章 排列組合》P.171 自我評量 1
T01 講義《第 10 章 排列與組合》P.211 夫子講 16

- (B) 6. 已知一等差數列之第 3 項為 8，第 7 項為 20，則該等差數列之第 32 項為何？ (A)93
(B)95 (C)96 (D)98

解 析：由 $a_7 = a_3 + (7-3)d$
 $20 = 8 + 4d \Rightarrow d = 3$
 又 $a_{32} = a_7 + (32-7)d = 20 + 25(3) = 95$

參閱講義：N06 講義《第 5 章 數列與級數》P.80 教師講解 3
 T01 講義《第 6 章 數列與級數》P.115 夫子講 3

- (C) 7. 已知小華就讀學校之學期成績是以四次段考的分數分別依序乘以 20%、20%、30%及 30%後再加總計算。若小華前三次段考的分數分別依序為 60、54、51，則小華的第四次段考分數至少需幾分才能使他的學期成績達到 60 分（含）以上？ (A)69 (B)71
(C)73 (D)75

解 析：設第四次段考為 x 分，
 $60 \times \frac{20}{100} + 54 \times \frac{20}{100} + 51 \times \frac{30}{100} + x \times \frac{30}{100} \geq 60$
 得 $x \geq 73$

參閱講義：N06 講義《第 10 章 機率與統計》P.203 學生練習 2
 T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.262 夫子講 6

- (A) 8. 若一組數值為 12、17、24、7、10、4、27，則其中位數為何？ (A)12 (B)17 (C)24
(D)27

解 析：將數值由小而大排列：4, 7, 10, 12, 17, 24, 27
 可知中位數為 12

參閱講義：N06 講義《第 10 章 機率與統計》P.204 學生練習 1
 T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.261 夫子講 4

- (B) 9. 下列何者可為不等式 $\log_2 x^2 < \log_2(4x-3)$ 的解？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解 析： $\log_2 x^2 < \log_2(4x-3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 < 4x-3 \\ x^2 > 0 \\ 4x-3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ x^2 > 0 \\ x > \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-1)(x-3) < 0 \\ x > 0 \\ x > \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x > 0 \\ x > \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow 1 < x < 3$$

故(B) $x=2$ ，可能為不等式的解。

參閱講義：N06 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.70 學生練習 3
 T01 講義《第 5 章 指數與對數》P.103 夫子講 11

- (C) 10. 下列何者與不等式 $x^2 - 6x - 16 < 0$ 有完全相同的解？ (A) $(x-2)(x+8) < 0$ (B) $-3 < x-5 < 3$
(C) $(x-3)^2 < 25$ (D) $-x^2 + 6x + 16 < 0$

解 析：原題 $x^2 - 6x - 16 < 0 \Rightarrow (x-8)(x+2) < 0 \Rightarrow -2 < x < 8$
 (A) $(x-2)(x+8) < 0 \Rightarrow -8 < x < 2$
 (B) $-3 < x-5 < 3 \Rightarrow 2 < x < 8$
 (C) $(x-3)^2 < 25 \Rightarrow -5 < x-3 < 5 \Rightarrow -2 < x < 8$
 (D) $-x^2 + 6x + 16 < 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 16 > 0 \Rightarrow (x-8)(x+2) > 0 \Rightarrow x > 8$ 或 $x < -2$

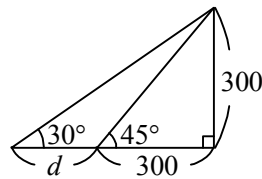
參閱講義：N06 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.136 學生練習 1
 T01 講義《第 9 章 不等式及其應用》P.184 夫子講 2

- (D) 11. 一位遊客在平地上測得某大樓頂端的仰角為 30° ，他朝該大樓的方向直走了 d 公尺後，再測一次，得到仰角為 45° 。若該大樓高度為 300 公尺，則 $d =$ (A) $300(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
 (B) $300(\sqrt{2}-1)$ (C) $\frac{300\sqrt{2}}{2}$ (D) $300(\sqrt{3}-1)$

解析：如圖

$$\tan 30^\circ = \frac{300}{d+300} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{可知 } d = 300\sqrt{3} - 300 = 300(\sqrt{3}-1)$$



參閱講義：N06 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.235 學生練習 2
 T01 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.66 夫子講 1

- (B) 12. 若小蕙穿紅色衣服參加晚會的機率是 0.4，小玲穿紅色衣服參加晚會的機率是 0.5，且她們對衣服顏色的選擇互相獨立，則她們兩人同時參加晚會時，兩人中恰有一人穿紅色衣服的機率為何？ (A) 0.4 (B) 0.5 (C) 0.9 (D) 1

解析：恰一人紅色衣服的機率 $= 0.4 \times 0.5 + 0.6 \times 0.5 = 0.2 + 0.3 = 0.5$

參閱講義：N06 講義《第 10 章 機率與統計》P.191 自我評量 8
 T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.243 夫子講 15 (2)

- (B) 13. 函數 $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3$ 在 $x=1$ 之導數為何？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

解析： $f'(x) = 6x^2 - 4x$

$$f'(1) = 6(1)^2 - 4(1) = 2$$

參閱講義：N06 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.283 教師講解 1
 T01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.333 夫子講 1

- (A) 14. 若 $f(x)$ 為一個二次多項式，且 $f(0) = 2$ 、 $f(2) = 0$ 、 $f(3) = -4$ ，則下列何者為 $f(x)$ 的因式？ (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $x+3$ (D) $x+4$

解析： $f(x)$ 為二次多項式且 $f(2) = 0$ ，可設 $f(x) = (x-2)(ax+b)$

$$\text{又 } f(0) = 2、f(3) = -4$$

$$\text{故 } \begin{cases} (0-2)(a \times 0 + b) = 2 \\ (3-2)(a \times 3 + b) = -4 \end{cases} \Rightarrow b = -1, a = -1$$

$$\text{得 } f(x) = (x-2)(-x-1) = -(x-2)(x+1)$$

有 $(x-2)$ 與 $(x+1)$ 的因式

參閱講義：N06 講義《第 6 章 式的運算》P.114 歷屆試題 12
 T01 講義《第 7 章 式的運算》P.145 我來做 8

- (D) 15. 若 $x^2 - 9x + k = 0$ 的兩根為連續的整數，則 $kx^2 - 9x + 1 = 0$ 的兩根和為何？ (A) $\frac{3}{10}$

(B) $\frac{7}{20}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{9}{20}$

解析：設 $x^2 - 9x + k = 0$ 兩根為連續的整數 α 、 $\alpha+1$ ，

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + (\alpha+1) = 9 \\ \alpha(\alpha+1) = k \end{cases} \Rightarrow \text{可得 } \alpha = 4、\alpha+1 = 5，\text{故 } k = 20$$

$$\text{則 } 20x^2 - 9x + 1 = 0 \text{ 的兩根和為 } \frac{9}{20}$$

參閱講義：N06 講義《第 7 章 方程式》P.131 歷屆試題 11
 T01 講義《第 8 章 方程式》P.164 夫子講 6

(B)16. 三階行列式 $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \\ 3 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ 之值為何？ (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)2

解 析： $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -2 & 3 \\ 3 & -3 & 4 \end{vmatrix} = -8 - 18 - 18 + 18 + 9 + 16 = -1$

參閱講義：N06 講義《第 7 章 方程式》P.123 教師講解 3
T01 講義《第 8 章 方程式》P.167 夫子講 2

(C)17. 若想要利用一條繩子圍出一個面積至少為 25 平方公尺的矩形花園，則所需要的繩子總長度至少須為多少公尺？ (A)12 (B)16 (C)20 (D)24

解 析：設矩形花園的長為 x 公尺、寬為 y 公尺，
故其面積為 $xy = 25$

$$\text{由算幾不等式可知 } \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \Rightarrow \frac{x+y}{2} \geq \sqrt{25} \Rightarrow x+y \geq 10$$

所需的繩子的長度為 $2(x+y)$

至少需要 $2 \times 10 = 20$ 公尺

參閱講義：N06 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.138 教師講解 1
T01 講義《第 9 章 不等式及其應用》P.186 夫子講 1

(C)18. 給定一分式 $\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9}$ 。若已知該分式化成最簡分式為 $\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+2x+e}$ ，其中 $x \neq -3, -1, 1$ ，則 $a+b+c+d+e = ?$ (A)-2 (B)0 (C)2 (D)4

解 析： $\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)^2} = \frac{1}{x-1} + \frac{x-2}{x+3}$
 $= \frac{(x+3) + (x-2)(x-1)}{(x-1)(x+3)} = \frac{x^2-2x+5}{x^2+2x-3} = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+2x+e}$

故 $a=1, b=-2, c=5, d=1, e=-3$

則 $a+b+c+d+e=2$

參閱講義：N06 講義《第 6 章 式的運算》P.114 歷屆試題 9
T01 講義《第 7 章 式的運算》P.149 夫子講 1

(D)19. 若 $x > 0$ 且 $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$ ，則 $x + \frac{1}{x} = ?$ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

解 析： $(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = (\sqrt{3})^2 \Rightarrow x - 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 5$

參閱講義：N06 講義《第 6 章 式的運算》P.111 自我評量 7
T01 講義《第 7 章 式的運算》P.152 我來做 6

- (B)20. 若 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，則 $2 \sin \theta \cos \theta = ?$ (A) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ (B) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

解析：由 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta = \frac{1}{3}$ ，又由 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

$$\text{可得 } \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{故 } 2 \sin \theta \cos \theta = 2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

參閱講義：N06 講義《第 2 章 三角函數》P.41 實力評量 11
T01 講義《第 2 章 三角函數》P.33 夫子講 2

- (A)21. 若拋物線 $x + 2y^2 + 4y - 8 = 0$ 的頂點為 (a, b) ，則 $a + 2b = ?$ (A)8 (B)9 (C)10 (D)11

解析：拋物線 $x + 2y^2 + 4y - 8 = 0 \Rightarrow 2y^2 + 4y = -x + 8$

$$\Rightarrow 2(y^2 + 2y + 1) = -x + 8 + 2 \Rightarrow 2(y + 1)^2 = -(x - 10) \Rightarrow (y + 1)^2 = -\frac{1}{2}(x - 10)$$

其頂點為 $(a, b) = (10, -1)$ ，故 $a + 2b = 10 + 2(-1) = 8$

參閱講義：N06 講義《第 12 章 二次曲線》P.253 教師講解 3
T01 講義《第 12 章 二次曲線》P.297 夫子講 2

- (A)22. 若圓 $C: x^2 - 2kx + y^2 - 2y = 4$ 的半徑為 3，且圓心 (a, b) 在第一象限，則 $a + b = ?$ (A)3 (B)5 (C)6 (D)8

解析：圓 $x^2 - 2kx + y^2 - 2y = 4 \Rightarrow (x^2 - 2kx + k^2) + (y^2 - 2y + 1) = 4 + k^2 + 1$

$$\Rightarrow (x - k)^2 + (y - 1)^2 = 5 + k^2$$

圓半徑為 3，故 $5 + k^2 = 9 \Rightarrow k = \pm 2$ (負不合)

可得圓心 $(a, b) = (2, 1)$ ， $a + b = 3$

參閱講義：N06 講義《第 12 章 二次曲線》P.243 學生練習 1
T01 講義《第 12 章 二次曲線》P.281 夫子講 3

- (D)23. 某大賣場一天共有早班、中班、晚班三個值班時段，而每一值班時段皆需二人值班。若某天要安排六名員工值班且每人恰值班一次，則共有多少種排班方式？ (A)45 (B)60 (C)75 (D)90

解析： $C_2^6 \times C_2^4 \times C_2^2 = 15 \times 6 \times 1 = 90$

參閱講義：N06 講義《第 9 章 排列組合》P.165 教師講解 6
T01 講義《第 10 章 排列與組合》P.217 夫子講 11 (數字答案完全相同)

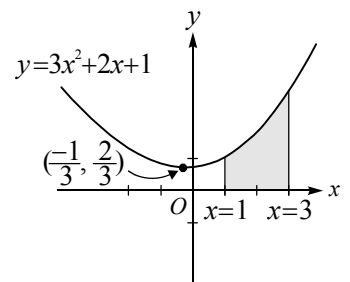
- (D)24. 曲線 $y = f(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 在 $x = 1$ 、 $x = 3$ 之間與 x 軸所圍成之區域的面積為何？ (A)12 (B)18 (C)24 (D)36

解析：配方求頂點 $y = 3\left[x^2 + \frac{2}{3}x + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] + 1 - \frac{1}{3}$

$$= 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3}$$

$$\int_1^3 (3x^2 + 2x + 1) = \left(\frac{3}{3}x^3 + \frac{2}{2}x^2 + x\right)\Big|_{x=1}^{x=3} = (x^3 + x^2 + x)\Big|_{x=1}^{x=3}$$

$$= (27 + 9 + 3) - (1 + 1 + 1) = 36$$



參閱講義：N06 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.294 教師講解 2
T01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.358 一次就上手 16

(A)25. 已知 a, b 為實數, 若 $\begin{cases} -2x-6y=8 \\ ax+by=2 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} 3x+5y=-4 \\ 2ax+(a-b)y=6 \end{cases}$ 有相同的解, 則 $(a+b)^2 = ?$ (A)9

(B)16 (C)25 (D)36

解 析 : 先解 $\begin{cases} -2x-6y=8 \\ 3x+5y=-4 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = (2, -2)$

代回另兩式得 $\begin{cases} 2a-2b=2 \\ 4a+(a-b)(-2)=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=3 \end{cases} \Rightarrow (a, b) = (2, 1)$

故 $(a+b)^2 = (2+1)^2 = 9$

參閱講義 : N06 講義《第 7 章 方程式》P.131 歷屆試題 14
T01 講義《第 8 章 方程式》P.179 進階得高分 11