

105 年四技二專統一入學測驗試題

《數學(B)》

答案來源：技專校院入學測驗中心

解析來源：林鴻鳴老師

 啓芳出版社 提供



105 年數學(B)統測試題並無特別刁鑽題目，著重基本題型與觀念，一般而言，平時勤於練習學生易得高分，除了基本觀念理解外也要留意相關定義、公式的應用與計算，例如：第 22 題強調二階行列式克拉瑪公式的轉換應用，第 23 題著重拋物線基本概念與根判別式的連結關係應用，而第 25 題則可製作簡易圖形並配合橢圓的定義等應用判斷解題。綜合而言，不等式應用以及三角應用今年題目略少，反而機率與統計單元命題略重一些，預估中上程度學生會有理想的成績。

- (D) 1. 若 $\log 2 = a$ ， $\log 7 = b$ ，則 $\log 35$ 等於下列何者？ (A) $1+a+b$ (B) $1+a-b$ (C) $1-a-b$
(D) $1-a+b$ 。

解 析： $\log 35 = \log 5 + \log 7 = (1 - \log 2) + \log 7 = 1 - a + b$

參閱講義：N08 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.69 教師講解 6
T01 講義《第 5 章 指數與對數》P.100 夫子講 5

- (C) 2. 若某細菌每 30 分鐘分裂一次，即由 1 個變成 2 個，則 1 個細菌經過 6 小時後，分裂成多少個？ (A)1024 (B)2048 (C)4096 (D)8192。

解 析： $\because 6 \times 60 \div 30 = 12 \quad \therefore$ 可分裂成 $2^{12} = 4096$ 個

參閱講義：N08 講義《第 5 章 數列與級數》P.85 教師講解 1
T01 講義《第 6 章 數列與級數》P.118 夫子講 1

- (D) 3. 已知某一族群有 10 名成員，該 10 名成員之平均月薪是 57000 元。若其中七人之平均月薪是 27000 元，則其他三人之平均月薪為多少元？ (A)30000 (B)42000 (C)84000
(D)127000。

解 析：設其他三人平均月薪為 x 元，則

$$\frac{27000 \times 7 + 3x}{10} = 57000 \Rightarrow x = 127000 \text{ 元}$$

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.193 自我評量 2
T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.262 我來做 6

- (D) 4. 有一樂團計畫至甲、乙兩國巡迴表演。甲國有三個城市要去表演，乙國有四個城市要去表演。若先完成甲國的演出之後，再到乙國完成演出，則巡迴路線的規劃有多少種可能？ (A)7 (B)12 (C)36 (D)144。

解 析： $3! \times 4! = 144$

參閱講義：N08 講義《第 9 章 排列組合》P.152 學生練習 7
T01 講義《第 10 章 排列與組合》P.207 我來做 8

- (C) 5. 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1,2)$ 、 $B(-3,-3)$ 、 $C(3,-1)$ ，則 \overline{AB} 邊上的中線長為何？

(A) $\frac{\sqrt{26}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{71}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{101}}{2}$ (D) $\sqrt{26}$ 。

解 析：設 \overline{AB} 的中點 $M\left(\frac{-1+(-3)}{2}, \frac{2+(-3)}{2}\right) = \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$

$$\text{中線 } \overline{CM} = \sqrt{(-2-3)^2 + \left(-\frac{1}{2}+1\right)^2} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

參閱講義：N08 講義《第 1 章 直線方程式》P.3 教師講解 3
T01 講義《第 1 章 直線方程式》P.2 我來做 2

(B) 6. 已知 $\csc \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0$ ，則 θ 為第幾象限角？ (A)一 (B)二 (C)三 (D)四。

解 析： $\because \begin{cases} \csc \theta > 0 \\ \tan \theta < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta \text{ 為第一、二象限角} \\ \theta \text{ 為第二、四象限角} \end{cases}$
 $\therefore \theta$ 為第二象限角

參閱講義：N08 講義《第 2 章 三角函數》P.33 學生練習 3
T01 講義《第 2 章 三角函數》P.38 我來做 2

(C) 7. 已知 $A = \left(\frac{729}{1000}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{27}{343}\right)^{-\frac{1}{3}} + \left(5\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$ ，則 A 之值為何？ (A) $\frac{79}{100}$ (B) $\frac{80}{100}$ (C) $\frac{81}{100}$
(D) $\frac{82}{100}$ 。

解 析：原式 $= \left[\left(\frac{9}{10}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} - \left[\left(\frac{3}{7}\right)^3\right]^{-\frac{1}{3}} + \left[\left(\frac{7}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$
 $= \left(\frac{9}{10}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^{-1} + \left(\frac{7}{3}\right) = \frac{81}{100}$

參閱講義：N08 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.63 自我評量 5
T01 講義《第 5 章 指數與對數》P.94 夫子講 1

(A) 8. 已知 $S_n = 1\frac{1}{1} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + \cdots + \left(n + \frac{1}{2^{n-1}}\right)$ ，則 S_{10} 之值為何？ (A) $56\frac{511}{512}$ (B) $56\frac{1023}{1024}$
(C) $57\frac{511}{512}$ (D) $57\frac{1023}{1024}$ 。

解 析： $S_{10} = \left(1 + \frac{1}{1}\right) + \left(2 + \frac{1}{2}\right) + \left(3 + \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(10 + \frac{1}{2^9}\right)$
 $= (1+2+3+\cdots+10) + \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^9}\right)$
 $= 55 + \frac{1 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}} = 56\frac{511}{512}$

參閱講義：N08 講義《第 5 章 數列與級數》P.87 教師講解 5
T01 講義《第 6 章 數列與級數》P.120 夫子講 4

(C) 9. 已知 $f(x) = x^2 + ax + 1$ ，以 $2x+3$ 除之所得餘式為 $\frac{1}{4}$ ，則 $f(x+1)$ 除以 $x-1$ 的餘式為何？
(A)7 (B)8 (C)9 (D)10。

解 析：由餘式定理知： $f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + a \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$ ，得 $f(x) = x^2 + 2x + 1$
 $\therefore f(x+1)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 $f(1+1) = f(2) = 2^2 + 2 \times 2 + 1 = 9$

參閱講義：N08 講義《第 6 章 式的運算》P.102 教師講解 1
T01 講義《第 7 章 式的運算》P.144 我來做 5

(D) 10. 已知 $\frac{x-1}{x+1} - \frac{6}{1-x} = \frac{12}{x^2-1}$ ，則 $\frac{x-1}{x+1}$ 之值為何？ (A) $-\frac{3}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ 。

解析：原式 $\Rightarrow \frac{x-1}{x+1} + \frac{6}{x-1} = \frac{12}{x^2-1}$ (兩邊同乘以 x^2-1)
 $\Rightarrow (x-1)^2 + 6(x+1) = 12$
 $\Rightarrow (x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -5$ 或 1 (不合)
 $\therefore \frac{x-1}{x+1} = \frac{-5-1}{-5+1} = \frac{3}{2}$

參閱講義：N08 講義《第 6 章 式的運算》P.107 學生練習 3
 T01 講義《第 7 章 式的運算》P.150 夫子講 3

(B) 11. 已知一個長方形的長增加 3 公分，寬增加 4 公分之後，可得一個正方形，且正方形的面積為原長方形面積的兩倍，則原長方形的面積為多少平方公分？ (A) 64 (B) 72 (C) 128 (D) 144。

解析：設原長方形的長為 x 公分，寬為 y 公分，
 依題意可得 $\begin{cases} x+3=y+4 \\ (x+3)(y+4)=2xy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+1 \dots\dots\dots (1) \\ 4x+3y+12=xy \dots\dots (2) \end{cases}$
 將(1)代入(2)得 $y=8$ ， $x=9$
 \therefore 原長方形的面積為 $xy=9 \times 8=72$

參閱講義：N08 講義《第 7 章 方程式》P.127 歷屆第 6 題及 P.128 第 9 題的綜合應用題
 T01 講義《第 8 章 方程式》P.177 選擇第 2 題

(A) 12. 已知 $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1 \end{cases}$ ，則下列何者正確？

(A) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ (B) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$

(C) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$ (D) $x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ ， $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}$ 。

解析：設 $x' = \frac{1}{x}$ ， $y' = \frac{1}{y}$ ，原式可化為 $\begin{cases} 2x'+3y'=2 \\ 4x'-9y'=-1 \end{cases}$
 令 $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}$ ， $\Delta_{x'} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}$ ， $\Delta_{y'} = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$ ，則

$$x' = \frac{1}{x} = \frac{\Delta_{x'}}{\Delta} \Rightarrow x = \frac{\Delta}{\Delta_{x'}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}}$$

$$y' = \frac{1}{y} = \frac{\Delta_{y'}}{\Delta} \Rightarrow y = \frac{\Delta}{\Delta_{y'}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}$$

參閱講義：N08 講義《第 7 章 方程式》P.125 自我評量 3
 T01 講義《第 8 章 方程式》P.173 我來做 3

(C)13. 已知 $ax^2+2x+c>0$ 的解為 $-1<x<3$ ，則 $a+c$ 之值為何？ (A)-4 (B)-2 (C)2 (D)4。

解 析： $ax^2+2x+c>0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)<0 \Leftrightarrow x^2-2x-3<0 \Leftrightarrow -x^2+2x+3>0$
比較係數得 $a=-1, c=3$
 $\therefore a+c=-1+3=2$

參閱講義：N08 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.131 教師講解 4
T01 講義《第 9 章 不等式及其應用》P.185 我來做 4

(C)14. 已知 $A(0,1)$ 、 $B(-3,5)$ 、 $C(a,b)$ 為平面上三點。若向量 \overrightarrow{AC} 的長度為 10，且與向量 \overrightarrow{AB} 反向，則 a, b 之值為何？ (A) $a=9, b=0$ (B) $a=-3, b=5$ (C) $a=6, b=-7$ (D) $a=-6, b=9$ 。

解 析： $\overrightarrow{AB}=(-3,4), \overrightarrow{AC}=(a,b-1)$
 $\therefore \overrightarrow{AC}$ 與 \overrightarrow{AB} 反向 $\therefore \overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{-3}{a} = \frac{4}{b-1} \Rightarrow 4a+3b=3$ ，即 $b-1=-\frac{4}{3}a$
又 $|\overrightarrow{AC}|=10 \Rightarrow \sqrt{a^2+(b-1)^2}=10 \Rightarrow \sqrt{a^2+(-\frac{4a}{3})^2}=10$
 $\Rightarrow \frac{5}{3}a=\pm 10 \Rightarrow a=\pm 6$ (負不合，因 \overrightarrow{AC} 與 \overrightarrow{AB} 反向)
 $\therefore a=6, b=-7$

參閱講義：N08 講義《第 3 章 向量》P.51 學生練習 5
T01 講義《第 4 章 向量》P.80 夫子講 7

(B)15. 已知 $|\overrightarrow{AB}|=4, |\overrightarrow{AC}|=3$ ，又 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 的夾角為 $\frac{\pi}{3}$ ，則 $|\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}|$ 之值為何？

(A) $\sqrt{52}$ (B) $\sqrt{76}$ (C) $\sqrt{52+24\sqrt{3}}$ (D) 10。

解 析： $|\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + 4\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + 4|\overrightarrow{AC}|^2$
 $= |\overrightarrow{AB}|^2 + 4|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos 60^\circ + 4|\overrightarrow{AC}|^2$
 $= 4^2 + 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot 3^2 = 76$
 $\therefore |\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{76}$

參閱講義：N08 講義《第 3 章 向量》P.56 教師講解 5
T01 講義《第 4 章 向量》P.84 我來做 5

(A)16. 已知直線 L 過點 $(1,3)$ ，且與 x 軸、 y 軸在第二象限圍出一個等腰直角三角形，則下列何者為直線 L 的方程式？ (A) $x-y=-2$ (B) $x+y=-2$ (C) $2x-2y=1$ (D) $x+y=2$ 。

解 析： \therefore 圍成一個等腰直角三角形
 \therefore 直線的斜角 $\theta=45^\circ$ ，即斜率 $m=\tan 45^\circ=1$
由點斜式得 $L: y-3=1 \cdot (x-1) \Rightarrow x-y=-2$

參閱講義：N08 講義《第 1 章 直線方程式》P.16 教師講解 4
T01 講義《第 1 章 直線方程式》P.15 我來做 6

(A)17. 若 $f(x)=(x^2+3x-1)^2(x^3-5x^2)$ ，則 $f'(1)$ 為何？ (A)-183 (B)-87 (C)-57 (D)-36。

解 析： $\therefore f'(x)=[(x^2+3x-1)^2]'(x^3-5x^2)+(x^2+3x-1)^2[(x^3-5x^2)']$
 $= 2(x^2+3x-1)(2x+3)(x^3-5x^2)+(x^2+3x-1)^2(3x^2-10x)$
 $\therefore f'(1)=2(1+3-1)(2+3)(1-5)+(1+3-1)^2(3-10)=-183$

參閱講義：N08 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.262 教師講解 3
T01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.333 夫子講 2

(D) 18. 試求三角函數 $\sin(-960^\circ)$ 之值。 (A) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{-1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

解 析： $\sin(-960^\circ) = \sin(-960^\circ + 1080^\circ) = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

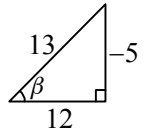
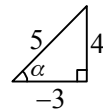
參閱講義：N08 講義《第 2 章 三角函數》P.35 教師講解 6
T01 講義《第 2 章 三角函數》P.40 夫子講 5

(D) 19. 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$, 則 $\sin(\alpha + \beta)$ 之值為何? (A) $\frac{-63}{65}$
(B) $\frac{-33}{65}$ (C) $\frac{33}{65}$ (D) $\frac{63}{65}$ 。

解 析： $\because \sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$, $\sin \beta = \frac{-5}{13}$, $\cos \beta = \frac{12}{13}$

$$\therefore \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{-5}{13} \times \frac{-3}{5} = \frac{63}{65}$$



參閱講義：N08 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.212 自我評量 9
T01 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.57 夫子講 3

(B) 20. 從 $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 中選出三個相異數字以形成一個三位數，則所有可能形成的三位數的個數為何? (A)20 (B)60 (C)90 (D)120。

解 析： $P_3^5 = 5 \times 4 \times 3 = 60$

參閱講義：N08 講義《第 9 章 排列組合》P.151 教師講解 3
T01 講義《第 10 章 排列與組合》P.207 我來做 7

(B) 21. 箱子裡有 4 個相同之紅球及 6 個相同之白球。今連續抽出 3 個球（抽出之球不放回箱子），若每次抽球時箱子裏的球被抽中的機率均相等，則抽出之結果是只有一個紅球之機率為何? (A)0.4 (B)0.5 (C)0.6 (D)0.7。

解 析：利用條件機率的乘法公式：

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B)$$

$$\Rightarrow P = P_1(\text{紅, 白, 白}) + P_2(\text{白, 紅, 白}) + P_3(\text{白, 白, 紅})$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.181 自我評量 6
T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.240 夫子講 11

(A) 22. 已知一組數值資料 54, 56, 62, 63, 65 共五個，試問該組數值資料之母群體變異數為何?
(A)18 (B)36 (C)72 (D)90。

解 析： $\mu = \frac{54 + 56 + 62 + 63 + 65}{5} = 60$

$$\sigma^2 = \frac{(54-60)^2 + (56-60)^2 + (62-60)^2 + (63-60)^2 + (65-60)^2}{5} = 18$$

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.197 自我評量 4
T01 講義《第 11 章 機率與統計》P.266 我來做 11

- (A) 23. 已知拋物線 $y = ax^2 + 4bx + 4a$ 與 x 軸有兩相異交點，且頂點在第一象限，則下列敘述何者正確？ (A) $a < 0, a^2 < b^2$ (B) $a < 0, a^2 > b^2$ (C) $a > 0, a^2 < b^2$ (D) $a > 0, a^2 > b^2$ 。

解 析：∵ 與 x 軸有兩相異交點，且頂點在第一象限

$$\therefore a < 0 \text{ 且判別式 } \Delta = (4b)^2 - 4a \cdot (4a) > 0 \Rightarrow a^2 < b^2$$

故選(A)

參閱講義：N08 講義《第 12 章 二次曲線》P.236 自我評量 5

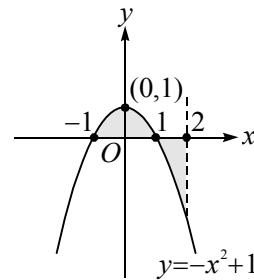
T01 講義《第 12 章 二次曲線》P.316 選擇第 5 題

- (D) 24. 試求曲線 $y = -x^2 + 1$ 在 $x = -1$ 、 $x = 2$ 之間與 x 軸所圍成區域的面積。 (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$

(C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{8}{3}$ 。

解 析：所求面積 $= \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx$

$$\begin{aligned} &= \left(-\frac{1}{3}x^3 + x\right)\Big|_{-1}^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)\Big|_1^2 \\ &= \left(\frac{4}{3}\right) + \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{8}{3} \end{aligned}$$



參閱講義：N08 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.277 自我評量 15

T01 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.354 我來做 7

- (C) 25. 若橢圓 $x^2 + 4y^2 - 4x - 16y + a = 0$ 不與 x 軸相交，且與 y 軸相切，則 a 之值為何？ (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 24。

解 析： $(x^2 - 4x) + 4(y^2 - 4y) + a = 0$

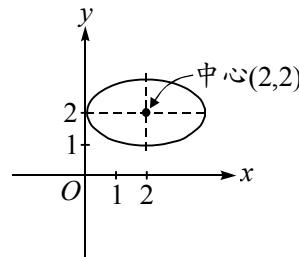
$$\Rightarrow (x-2)^2 + 4(y-2)^2 = 20 - a$$

$$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{20-a} + \frac{(y-2)^2}{\frac{20-a}{4}} = 1$$

$$\therefore 20 - a > \frac{20-a}{4} > 0$$

∴ 橢圓為左右型，中心為(2,2)

又∵ 與 y 軸相切（如圖） ∴ $20 - a = 2^2$ ，得 $a = 16$



參閱講義：N08 講義《第 12 章 二次曲線》P.239 學生練習 2

T01 講義《第 12 章 二次曲線》P.302 夫子講 2