

106 年四技二專統一入學測驗試題

《數學(B)》

答案來源：技專校院入學測驗中心於 2017/5/8 所公布的參考答案

解析來源：王 睿老師

啓芳出版社 提供



106 年四技二專統一入學測驗數學 B 的三角函數、機率與統計、三角函數的應用等章節題型較其他章節多一些，其他章節則命題分佈均勻，大致上看來難易度適中，題型平易近人，沒有跨章節的題目，也幾乎都是平日常見的練習題，如果能仔細細心計算應能輕鬆得高分。然而今年考了兩題作圖題，分別為第 2 題、第 23 題，藉以強調作圖的重要性。

比較需要學生思考計算的題目為第 15 題、第 20 題、第 25 題，說明如下：

第 15 題：不需考慮分組或分配，只需思考排班人員與前一天不同即可

第 20 題：對疊合法的計算練習較輕忽的學生，可能因此不知如何下手

第 25 題：代換積分法一直是學生較不善長的題型

數學 B 參考公式

1. 三角函數的和角公式： $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

2. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

(D) 1. 在坐標平面上，若直線 L 通過兩點 $A(2,a)$ ， $B(a,5)$ ，且直線 L 的斜率為 2，則 $a = ?$

(A)-2 (B)1 (C)2 (D)3

解 析：斜率 $m = \frac{a-5}{2-a} = 2$

$$\therefore a-5 = 2(2-a) \Rightarrow a = 3$$

參閱講義：N08 講義《第 1 章 直線方程式》P.21 自我評量 第 7 題

T02 講義《第 1 章 直線方程式》P.26 大考特區 第 18 題

(A) 2. 已知 $y = 2\sin x + 1$ ， $0 \leq x \leq 2\pi$ 的圖形與水平線 $y = 1$ 、 $y = 0$ 、 $y = -1$ 的交點個數分別為 a 、 b 、 c ，則下列何者正確？

(A) $a = 3$ 、 $b = 2$ 、 $c = 1$

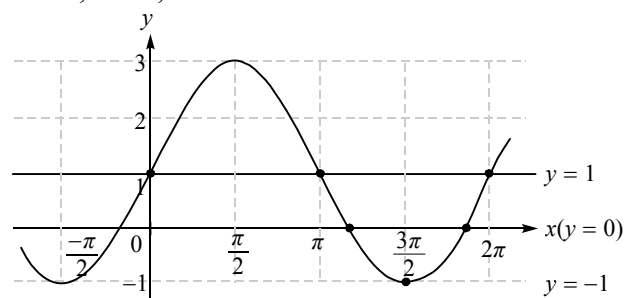
(B) $a = 2$ 、 $b = 2$ 、 $c = 2$

(C) $a = 2$ 、 $b = 3$ 、 $c = 2$

(D) $a = 1$ 、 $b = 3$ 、 $c = 1$

解 析：由圖可知

$$a = 3, b = 2, c = 1$$



參閱講義：N08 講義《第 2 章 三角函數》P.40 教師講解 5
T02 講義《第 2 章 三角函數》P.42 夫子講 1

(A) 3. 已知 A 點坐標為 $(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6})$, B 點坐標為 $(\cos \frac{11\pi}{6}, \tan \frac{11\pi}{6})$, 則線段 \overline{AB} 的長度為何?

- (A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$

解 析： $A(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6}) = A(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
 $B(\cos \frac{11\pi}{6}, \tan \frac{11\pi}{6}) = B(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$
 $\overline{AB} = \frac{1}{2} - (-\frac{\sqrt{3}}{3}) = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

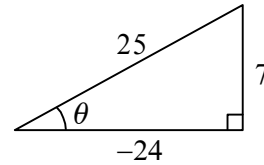
參閱講義：N08 講義《第 2 章 三角函數》P.35 學生練習 5
T02 講義《第 2 章 三角函數》P.39 夫子講 7

(A) 4. 已知 $\sin \theta = \frac{7}{25}$, $\cos \theta = \frac{-24}{25}$, 則 $\tan \theta + \sec \theta = ?$

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{4}{3}$

解 析： $\sin \theta = \frac{7}{25}$, $\cos \theta = \frac{-24}{25}$

$$\therefore \tan \theta + \sec \theta = (-\frac{7}{24}) + (-\frac{25}{24}) = -\frac{32}{24} = -\frac{4}{3}$$



參閱講義：N08 講義《第 2 章 三角函數》P.33 教師講解 3
T02 講義《第 2 章 三角函數》P.36 夫子講 3

(D) 5. 已知坐標平面上三點 $A(1, a)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(5, 1)$, 若向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为 1, 則 $a = ?$

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2

解 析： $\overrightarrow{AB} = (2, 3) - (1, a) = (1, 3 - a)$

$$\overrightarrow{BC} = (5, 1) - (2, 3) = (3, -2)$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 1$$

$$\therefore 3 \times 1 + (-2) \times (3 - a) = 1 \Rightarrow 3 - 6 + 2a = 1 \Rightarrow a = 2$$

參閱講義：N08 講義《第 3 章 向量》P.55 教師講解 1
T02 講義《第 4 章 向量》P.79 我來做 2

(B) 6. 求 $(0.027)^{\frac{2}{3}} + (\frac{243}{32})^{\frac{1}{5}}$ 的值。 (A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{159}{100}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{81}{32}$

解 析： 求式 $= (0.3^3)^{\frac{2}{3}} + \left[\left(\frac{3}{2} \right)^5 \right]^{\frac{1}{5}} = 0.3^2 + \frac{3}{2} = \frac{159}{100}$

參閱講義：N08 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.63 自我評量 第 2, 4 題
T02 講義《第 5 章 指數與對數》P.90 夫子講 1

(D) 7. 求 $(\log 2)^2 + \log 2 \cdot \log 5 + \log 5$ 的數值。 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

解 析： 求式 $= (\log 2)^2 + \log 2(1 - \log 2) + (1 - \log 2)$
 $= (\log 2)^2 + \log 2 - (\log 2)^2 + 1 - \log 2 = 1$

參閱講義：N08 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.69 自我評量 第 1 題
T02 講義《第 5 章 指數與對數》P.95 我來做 4

(C)13. 若一元二次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解為 $a < x < b$ ，則 $a + b = ?$

(A)-3 (B)-1 (C)2 (D)3

解 析： $x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < a < 3$
 $\therefore a = -1, b = 3$
故 $a + b = 2$

參閱講義：N08 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.131 學生練習 3
T02 講義《第 9 章 不等式及其應用》P.180 夫子講 2

(C)14. 某自助餐店提供 80 元的便當，便當中除了白米飯之外，還包含一種主菜以及三種不同的配菜。若今日提供的主菜有雞腿、排骨、魚排 3 種，另有 8 種不同的配菜，則共可搭配出多少種不同組合的 80 元便當？

(A)59 (B)112 (C)168 (D)210

解 析： $C_1^3 \times C_3^8 = 3 \times 56 = 168$

參閱講義：N08 講義《第 9 章 排列組合》P.157 教師講解 18
T02 講義《第 10 章 排列與組合》P.210 夫子講 5

(B)15. 某飲料店有 5 位假日工讀生，工作時間有週六的早班與晚班、週日的早班與晚班等 4 個不同時段。一個時段排兩位工讀生上班，如果規定同一人不可以連續排班，至少要隔一個時段上班，則共有幾種排班方式？

(A)81 (B)270 (C)900 (D)1000

解 析： $C_2^5 \times C_2^3 \times C_2^3 \times C_2^3 = 10 \times 3 \times 3 \times 3 = 270$

參閱講義：N08 講義《第 9 章 排列組合》P.159 教師講解 22
T02 講義《第 10 章 排列與組合》P.213 夫子講 11

(C)16. 同時投擲兩粒公正骰子，兩粒骰子點數之和為 5 的倍數之機率為何？

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{3}$

解 析：機率 $P = \frac{4+3}{36} = \frac{7}{36}$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	⑤	6	7
2	3	4	⑤	6	7	8
3	4	⑤	6	7	8	9
4	⑤	6	7	8	9	⑩
5	6	7	8	9	⑩	11
6	7	8	9	⑩	11	12

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.176 教師講解 1
T02 講義《第 11 章 機率與統計》P.231 夫子講 2

(A)17. 已知一袋中有大小相同的球共 34 顆，每顆球上有一個號碼，34 顆球的號碼皆不同，分別是 1 至 34 號。今從袋中隨機取出一球，假設每顆球被取到的機會均等，並規定：取出的球號是 5 的倍數時可得 51 元，取出的球號是 7 的倍數時可得 85 元，其他的情況時可得 17 元，則自袋中任取一球，得款的期望值為多少元？

(A)31 (B)26.5 (C)20.5 (D)19

解 析：	金額	51 元	85 元	17 元
	機率	$\frac{6}{34}$	$\frac{4}{34}$	$\frac{24}{34}$

$$\text{期望值 } E = 51 \times \frac{6}{34} + 85 \times \frac{4}{34} + 17 \times \frac{24}{34} = 9 + 10 + 12 = 31 \text{ 元}$$

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.183 學生練習 2
T02 講義《第 11 章 機率與統計》P.241 我來做 18

- (D) 18. 某班有 40 位同學，第一次期中考數學成績的次數分配表及以下累積次數分配表如表(一)，求 $a+b+c+d = ?$

成績(分)	0~20	20~40	40~60	60~80	80~100
次數	4	a	10	12	c
以下累積次數	4	12	b	34	d

表(一)

- (A)50 (B)64 (C)70 (D)76

解 析： $4+a=12 \Rightarrow a=8$
 $12+10=b \Rightarrow b=22$
 $d=40$ 且 $34+c=d \Rightarrow c=6$
 $\therefore a+b+c+d=8+22+6+40=76$

成績(分)	0~20	20~40	40~60	60~80	80~100
次數	4	a	10	12	c
以下累積次數	4	12	b	34	d

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.188 自我評量 第 6 題
T02 講義《第 11 章 機率與統計》P.255 夫子講 3

- (A) 19. 研究人員爲了調查秋刀魚的長度(以公分計)，隨機捕獲秋刀魚若干條，逐條記錄長度，並據之求出秋刀魚長度的 95%信賴區間爲 $[30-0.85, 30+0.85]$ ，若利用同樣數據計算出秋刀魚長度的 99%信賴區間爲 $[a-b, a+b]$ ，則下列敘述何者正確？

- (A) $a=30$ 且 $b > 0.85$ (B) $a=30$ 且 $b < 0.85$
(C) $a=30$ 且 $b=0.85$ (D) $a \neq 30$

解 析： 95%信賴區間爲 $[\hat{p}-2S, \hat{p}+2S] = [30-0.85, 30+0.85]$
99%信賴區間爲 $[\hat{p}-3S, \hat{p}+3S] = [a-b, a+b]$
 $\therefore a=30$ 且 $b > 0.85$

參閱講義：N08 講義《第 10 章 機率與統計》P.201 重點整理 2：68-95-99.7 規則
T02 講義《第 11 章 機率與統計》P.266 重點歸納 1.常態分配

- (B) 20. 已知 $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = a \cdot \sin(\theta + b)$ ， $a > 0, 0 \leq b \leq 2\pi$ ，則下列何者正確？

- (A) $a=4, b=\frac{\pi}{6}$ (B) $a=2, b=\frac{\pi}{3}$
(C) $a=2, b=\frac{4\pi}{3}$ (D) $a=4, b=\frac{\pi}{3}$

解 析： $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2\left(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta\right)$
 $= 2(\sin \theta \cos 60^\circ + \cos \theta \sin 60^\circ)$
 $= 2 \sin(\theta + 60^\circ)$
 $\therefore a=2, b=60^\circ = \frac{\pi}{3}$

參閱講義：N08 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.209 教師講解 1
T02 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.54 我來做 1

- (C) 21. 已知 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對應邊長分別為 a 、 b 、 c 。若 $a = \sqrt{2}$ ， $b = 2$ ， $c = \sqrt{3} - 1$ ，則最大內角的角度為何？

(A) 105° (B) 120° (C) 135° (D) 150°

解 析： $\because 2 > \sqrt{2} > \sqrt{3} - 1 \therefore \angle B$ 為最大內角

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2 + \sqrt{2}^2 - 2^2}{2 \times (\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{2})} = \frac{2(1-\sqrt{3})}{2 \times (\sqrt{3}-1) \times (\sqrt{2})} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

故 $\angle B = 135^\circ$

參閱講義：N08 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.217 教師講解 3
T02 講義《第 3 章 三角函數的應用》P.60 夫子講 6

- (C) 22. 已知雙曲線 $H: \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 兩頂點的距離為 a ，橢圓 $E: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 長軸長為 b ，則 $a + b = ?$

(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22

解 析： $a = 2\sqrt{25} = 10$ ， $b = 2\sqrt{25} = 10$
 $\therefore a + b = 20$

參閱講義：N08 講義《第 12 章 二次曲線》P.239 學生練習 2 及 P.243 學生練習 2
T02 講義《第 12 章 二次曲線》P.297 我來做 1 及 P.301 夫子講 1

- (B) 23. 已知橢圓 $E: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ ，則橢圓 E 與圓 C 有多少個交點？

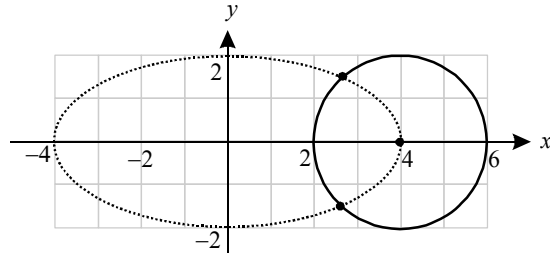
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

解 析：圓 $C: (x-4)^2 + y^2 = 4$

\therefore 圓心 $O(4, 0)$ ，半徑 $r = \sqrt{4} = 2$

且橢圓 E 的中心 $O'(0, 0)$ ， $a = 4$ ， $b = 2$

畫圖可得兩圖形有 2 個交點



參閱講義：N08 講義《第 12 章 二次曲線》P.224 教師講解 3 及 P.239 學生練習 2
T02 講義《第 12 章 二次曲線》P.277 夫子講 3 及 P.297 夫子講 1

- (A) 24. 求函數 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x - 2}$ 在 $x = 1$ 的導數。 (A) -9 (B) -8 (C) -7 (D) -6

解 析： $f'(x) = \frac{(2x+2) \times (x-2) - (x^2+2x+2) \times 1}{(x-2)^2}$

$$f'(1) = \frac{4 \times (-1) - 5 \times 1}{(-1)^2} = -9$$

參閱講義：N08 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.258 教師講解 1
T02 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.330 夫子講 3

(C)25. 求定積分 $\int_0^2 6x(x^2-1)^2 dx$ 之值。 (A)24 (B)26 (C)28 (D)30

解 析：令 $x^2-1=u$ 且

x	0	2
u	-1	3

$$2x \cdot dx = du \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

$$\text{求式} = \int_{-1}^3 6u^2 \left(\frac{1}{2} du\right) = \int_{-1}^3 3u^2 du = u^3 \Big|_{-1}^3 = 27 - (-1) = 28$$

參閱講義：N08 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.275 學生練習 2
T02 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.349 夫子講 5