

103 年四技二專統一入學測驗試題

《數學(B)》

答案來源：技專校院入學測驗中心

啓芳出版社 提供



103 年數學(B)統測試題，命題者相當用心，試題靈活，部份題目深入各觀念的核心，例如循環小數、期望值、行列式降階運算、分式不等式，除須熟練基本觀念外，亦須有良好邏輯思考能力，難度較高。除統計未被命題，其餘各章節平均分配平均，綜合而言，本年度的試題難度較往年提昇，預估今年 103 年數學(B)的分數較去年 102 年數學(B)的分數會略為降低。

- (C) 1. 設實數 $2+\sqrt{3}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b 。若 p 為有理數且 b 為方程式 $ax^2+px-6=0$ 之一根，則 $p=?$ (A)3 (B) $3\sqrt{3}$ (C)6 (D) $6\sqrt{3}$ 。

解 析：由 $2+\sqrt{3}=3+(\sqrt{3}-1)$ ，得 $a=3$ ， $b=\sqrt{3}-1$ ，且 b 為 $ax^2+px-6=0$ 之一根，
令 $x=\sqrt{3}-1 \Rightarrow x+1=\sqrt{3} \Rightarrow (x+1)^2=(\sqrt{3})^2$ ，
得 $x^2+2x-2=0$ ，即 $3x^2+6x-6=0$ ，由比較係數可得 $a=3$ ， $p=6$ 。

參閱講義：M21 講義《第 7 章 方程式》P.162 自我評量 1,8
N06 講義《第 7 章 方程式》P.119 自我評量 1

- (B) 2. 下列行列式之值何者與 $\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$ 之值相等？

(A) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}$ (B) $\begin{vmatrix} d & e & f \\ 1 & -2 & 3 \\ a & b & c \end{vmatrix}$ (C) $\begin{vmatrix} a & d & -1 \\ b & e & 2 \\ c & f & -3 \end{vmatrix}$ (D) $\begin{vmatrix} a & d & 1 \\ b & e & 2 \\ c & f & 3 \end{vmatrix}$ 。

解 析： $\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} - (-2)\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$
由行列式的降階知：

$$\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix} - (-2)\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} \quad (\text{行列式由第一列降階})$$
$$= \begin{vmatrix} d & e & f \\ 1 & -2 & 3 \\ a & b & c \end{vmatrix} \quad (\text{一、三列互換，再二、三列互換})$$

參閱講義：M21 講義《第 7 章 方程式》P.163 行列式的降階運算、P.167 教師 6
N06 講義《第 7 章 方程式》P.123 教師 5

- (A) 3. 已知 $a \neq 2$ ，若方程式 $x^2+ax+2=0$ 之二根差的平方與方程式 $x^2+2x+a=0$ 之二根差的平方相等，則 $a=?$ (A)-6 (B)-4 (C)-2 (D)-1。

解 析：設 $x^2+ax+2=0$ 兩根為 $\alpha_1、\beta_1$ ， $x^2+2x+a=0$ 兩根為 $\alpha_2、\beta_2$

$$\text{故 } (\alpha_1 - \beta_1)^2 = (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 4\alpha_1\beta_1 = (-a)^2 - 8 = a^2 - 8,$$

$$\text{且 } (\alpha_2 - \beta_2)^2 = (\alpha_2 + \beta_2)^2 - 4\alpha_2\beta_2 = (-2)^2 - 4a = 4 - 4a$$

$$\text{由題意可知 } a^2 - 8 = 4 - 4a \Rightarrow a^2 + 4a - 12 = 0 \Rightarrow (a+6)(a-2) = 0 \Rightarrow a = -6 \text{ 或 } 2 \text{ (不合)}$$

參閱講義：M21 講義《第 7 章 方程式》P.158 教師 1
N06 講義《第 7 章 方程式》P.116 教師 1

(D) 4. 已知 $(x-3)$ 為 x^3+kx-6 之因式，則下列何者為 x^3+kx-6 之因式分解？

- (A) $(x-3)(x-2)(x-1)$ (B) $(x-3)(x-2)(x+1)$ (C) $(x-3)(x+2)(x-1)$
(D) $(x-3)(x+2)(x+1)$ 。

解析：∵ $(x-3)$ 為 x^3+kx-6 的因式 ∴ $(3)^3+k(3)-6=0 \Rightarrow k=-7$
故多項式為 x^3-7x-6 ，利用一次因式檢驗法，將其因式分解，
可得 $x^3-7x-6=(x-3)(x+2)(x+1)$

參閱講義：M21 講義《第 6 章 式的運算》P.143 教師 1、P.146 教師 1
N06 講義《第 6 章 式的運算》P.118 教師 2

(A) 5. 設 a, b, k 為常數。若對每一實數 x 皆滿足 $x^4-x^3-2x^2+13x+k=(x^2+2x+a)(x^2-3x+b)$ ，則 $k=?$

- (A) -5 (B) -3 (C) 3 (D) 5。

解析：由 $x^4-x^3-2x^2+13x+k=(x^2+2x+a)(x^2-3x+b)$

$$\text{比較係數可得：} \begin{cases} -2=b-6+a \\ 13=2b-3a \\ k=ab \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+a=4 \\ 2b-3a=13 \end{cases} \Rightarrow a=-1, b=5, \text{且 } k=ab=-5$$

參閱講義：M21 講義《第 6 章 式的運算》P.138 教師 2
N06 講義《第 6 章 式的運算》P.99 教師 2

(C) 6. 設 x, y, z 皆為正實數，且 $xy+yz+zx=27$ ，則 xyz 之最大值為何？

- (A) $12\sqrt[3]{2}$ (B) 18 (C) 27 (D) $27\sqrt[3]{2}$ 。

解析：利用算幾不等式： $\frac{xy+yz+zx}{3} \geq \sqrt[3]{(xy)(yz)(zx)} \Rightarrow \frac{xy+yz+zx}{3} \geq \sqrt[3]{(xyz)^2}$
 $\Rightarrow 9 \geq \sqrt[3]{(xyz)^2} \Rightarrow (3^2)^3 \geq (xyz)^2 \Rightarrow xyz \leq (3^6)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow xyz \leq 3^3 = 27$ ，最大值為 27

參閱講義：M21 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.187 填充 2
N06 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.140 填充 2

(D) 7. 設 $f(x)=(x^2+2)^2$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}=?$

- (A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12。

解析： $f(x)=(x^2+2)^2 \Rightarrow f'(x)=2(x^2+2)(2x)$

$$\text{又 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1), \text{ 故 } f'(1) = 2(x^2+2)(2x)|_{x=1} = 2(1+2)(2) = 12$$

參閱講義：M21 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.368 自我評量 1
N06 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.283 自我評量 1

(A) 8. 求定積分 $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} (\pi^2 x + \pi) dx = ?$

- (A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$ 。

解析： $\int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} (\pi^2 x + \pi) dx = \left(\frac{1}{2} \pi^2 x^2 + \pi x \right) \Big|_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} = \left[\frac{1}{2} \pi^2 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 + \pi \left(\frac{2}{\pi} \right) \right] - \left[\frac{1}{2} \pi^2 \left(\frac{1}{\pi} \right)^2 + \pi \left(\frac{1}{\pi} \right) \right] = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

參閱講義：M21 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.377 教師 1
N06 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.292 教師 1

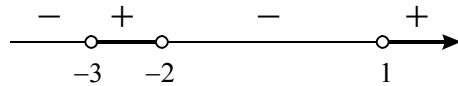
(D) 9. 不等式 $\frac{3}{5x+10} < \frac{x}{5}$ 的解為下列何者？

- (A) $x < -2$ 或 $x > 1$ (B) $x < -2$ 或 $x > 3$ (C) $x < -3$ 或 $x > 1$ (D) $-3 < x < -2$ 或 $x > 1$ 。

解 析：
$$\frac{3}{5x+10} < \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{3}{5x+10} - \frac{x}{5} < 0 \Rightarrow \frac{15-x(5x+10)}{5(5x+10)} < 0 \Rightarrow \frac{-5x^2-10x+15}{25(x+2)} < 0$$

$$\frac{-5(x^2+2x-3)}{25(x+2)} < 0 \Rightarrow (x^2+2x-3)(x+2) > 0 \Rightarrow (x+3)(x-1)(x+2) > 0$$

得 $x > 1$ ， $-3 < x < -2$ 。



參閱講義：M21 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.184 教師 3

N06 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.137 分式不等式重點整理

(B) 10. 求 $\frac{\log_5 \sqrt{2} \cdot \log_7 9}{\log_5 (\frac{1}{3}) \cdot \log_7 \sqrt[3]{4}}$ = ?

- (A) $-\frac{5}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。

解 析：
$$\frac{\log_5 \sqrt{2} \cdot \log_7 9}{\log_5 (\frac{1}{3}) \cdot \log_7 \sqrt[3]{4}} = \frac{\log_5 (2)^{\frac{1}{2}} \cdot \log_7 3^2}{\log_5 (3)^{-1} \log_7 (2)^{\frac{2}{3}}} = \frac{(\frac{1}{2} \log_5 2) \cdot (2 \log_7 3)}{(-\log_5 3)(\frac{2}{3} \log_7 2)} = \frac{\log_5 2 \cdot \log_7 3}{-\frac{2}{3} \log_5 3 \cdot \log_7 2}$$

$$= \frac{\log 2 \cdot \log 3}{\log 5 \cdot \log 7} = \frac{\log 2 \cdot \log 3}{2 \log 3 \cdot \log 2} = -\frac{3}{2}$$

參閱講義：M21 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.104 考前精華區 3

N06 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.65 教師 5

(C) 11. 設方程式 $49^x + 5 \cdot 7^x - 24 = 0$ ，則 $7^{x+1} = ?$

- (A) 10 (B) 14 (C) 21 (D) 28。

解 析：
$$7^{2x} + 5 \cdot 7^x - 24 = 0 \Rightarrow (7^x + 8)(7^x - 3) = 0 \Rightarrow 7^x = -8 \text{ (不合)} \text{ 或 } 7^x = 3$$

故 $7^{x+1} = 7(7^x) = 7(3) = 21$

參閱講義：M21 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.95 教師 1

N06 講義《第 4 章 指數與對數及其運算》P.68 教師 2

(D) 12. 已知平面上三點 $A(5, 0)$ ， $B(1, -12)$ 及 $C(-4, -7)$ ，若 $D(x, y)$ 為線段 \overline{AB} 上一點且線段 \overline{CD} 垂直於 \overline{AB} ，則 $x + y = ?$

- (A) -4 (B) -5 (C) -6 (D) -7。

解 析：先求 \overline{AB} 的直線方程式：
$$\frac{y+12}{x-1} = \frac{-12-0}{1-5} \Rightarrow 3x - y - 15 = 0$$

故可設 $D(x, y) = (x, 3x - 15)$

$\because \overline{CD} \perp \overline{AB} \quad \therefore m_{CD} \times m_{AB} = -1 \Rightarrow \left(\frac{3x-15-(-7)}{x-(-4)}\right) \times \left(\frac{-12-0}{1-5}\right) = -1 \Rightarrow x = 2$

故 $D(x, y) = (x, 3x - 15) = (2, -9)$ ，得 $x + y = -7$

參閱講義：M21 講義《第 1 章 直線方程式》P.35 歷屆試題 15

N06 講義《第 1 章 直線方程式》P.21 歷屆試題 12

(D) 13. 已知某銳角 θ 滿足 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ，求 $\tan 2\theta = ?$

- (A) $\frac{13}{12}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{24}{7}$ 。

解 析： θ 為銳角且 $\cos \theta = \frac{4}{5}$ ，可得 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ ， $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2(\frac{3}{4})}{1 - (\frac{3}{4})^2} = \frac{24}{7}$

參閱講義：M21 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.296 教師 2
N06 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.226 教師 2

(A) 14. 已知 $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -\frac{8}{3}$ ，則 $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = ?$

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{7}{4}$ 。

解 析： $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = -\frac{8}{3} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos \theta \sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta \sin \theta} = -\frac{8}{3} \Rightarrow \cos \theta \sin \theta = -\frac{3}{8}$ ，

$$\text{所求 } (\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \sin \theta \cos \theta = 1 + 2(-\frac{3}{8}) = \frac{1}{4}$$

參閱講義：M21 講義《第 2 章 三角函數》P.54 教師 4
N06 講義《第 2 章 三角函數》P.38 教師 4

(C) 15. 設平面上三點 $A(x, y)$ ， $B(-1, 4)$ 及 $C(9, -1)$ 。若向量 $\vec{AD} = \frac{2}{5} \vec{AB} + \frac{3}{5} \vec{AC}$ ，則 D 點坐標為何？

- (A) (1, 5) (B) (3, 2) (C) (5, 1) (D) (2, 3)。

解 析： $\vec{AD} = \frac{2}{5} \vec{AB} + \frac{3}{5} \vec{AC} \quad \because \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1, \therefore B, D, C$ 共線且 $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$ ，

$$\text{由分點公式可知： } D(\frac{3 \times 9 + 2(-1)}{3+2}, \frac{3(-1) + 2 \times 4}{3+2}) = (5, 1)$$

參閱講義：M21 講義《第 3 章 向量》P.81 進階評量 11
N06 講義《第 3 章 向量》P.52 填充 10、P.59 選擇 15

(B) 16. 已知循環小數 $0.\bar{9} = 0.9999\dots$ ，令 $a = 0.\bar{9} \times 0.9$ ，則下列何者正確？

- (A) $a < 0.8\bar{9}$ (B) $a = 0.8\bar{9}$ (C) $a < 0.9$ (D) $a > 0.9$ 。

解 析： $0.\bar{9} = \frac{9}{9} = 1$ ， $a = 0.\bar{9} \times 0.9 = 1 \times 0.9 = 0.9 = \frac{9}{10}$ ，

$$\text{又 } 0.8\bar{9} = \frac{89-8}{90} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}，\text{故 } a = 0.8\bar{9}$$

參閱講義：M21 講義《第 5 章 數列與級數》P.125 教師 5
N06 講義《第 5 章 數列與級數》P.89 教師 4

(C) 17. 設向量 \vec{a} 與 \vec{b} 之夾角為 60° ，且 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ ，則向量 \vec{a} 和 $(-\vec{a} + 2\vec{b})$ 之夾角為何？

- (A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120° 。

解 析： $\vec{a} \cdot (-\vec{a} + 2\vec{b}) = -|\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = -1^2 + 2 \times 1 \times 1 \times \cos 60^\circ = -1 + 2(\frac{1}{2}) = 0$ ，

故 $\vec{a} \perp (-\vec{a} + 2\vec{b})$ ，夾角為 90° 。

參閱講義：M21 講義《第 3 章 向量》P.75 學生 5
N06 講義《第 3 章 向量》P.55 學生 5

(A) 18. 設 $x \geq -1$ 且 $y \geq -2$ ，求共有幾組整數解 (x, y) 滿足方程式 $x + y = 2014$ ？

(A)2018 (B)2019 (C)2020 (D)2021。

解析： $x \geq -1$ ， $y \geq -2$ 且滿足 $x + y = 2014$ 的數對 (x, y) 如下表：

x	-1	0	1	……	2015	2016
y	2015	2014	2013	……	-1	-2

即數對 $(x, y) = (-1, 2015)$ 、 $(0, 2014)$ 、 $(1, 2013) \cdots (2014, 0)$ 、 $(2015, -1)$ 、 $(2016, -2)$ ，共 $2 + 2016 = 2018$ (組解)

參閱講義：M21 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.198 進階 2

N06 講義《第 8 章 不等式及其應用》P.148 選擇 1

(B) 19. 求正整數 $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{11}$ 的所有正因數中，8 的倍數有幾個？ (A)576 (B)288 (C)144 (D)96。

解析： $a = 2^5 \cdot 3^7 \cdot 5^{11} = 8(2^2 \cdot 3^7 \cdot 5^{11})$ ，故 a 的正因數中 8 的倍數共有 $(2+1)(7+1)(11+1) = 288$ 個

參閱講義：M21 講義《第 9 章 排列組合》P.203 教師 4

N06 講義《第 9 章 排列組合》P.153 教師 2

(A) 20. 設 A 及 B 為樣本空間 S 中的兩事件，已知 $P(A') = \frac{1}{4}$ 及 $P(B') = \frac{1}{5}$ 。若 $P(A' \cup B') = \frac{2}{5}$ ，

求事件 A 發生或事件 B 發生的機率為何？ (A) $\frac{19}{20}$ (B) $\frac{17}{20}$ (C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{1}{20}$ 。

解析：由題意可知 $P(A) = 1 - P(A') = \frac{3}{4}$ 、 $P(B) = 1 - P(B') = \frac{4}{5}$

$$\text{且 } P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{5}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{19}{20}$$

參閱講義：M21 講義《第 10 章 機率與統計》P.247 學生 2

N06 講義《第 10 章 機率與統計》P.186 學生 2

(D) 21. 同時投擲一粒公正骰子與兩枚均勻硬幣，若兩硬幣均出現正面，則給骰子出現點數的兩倍金額；若兩硬幣出現一正一反，則給骰子出現點數的金額；若兩硬幣均出現反面，則不給錢，求每次投擲所得金額之期望值？ (A)2 (B) $\frac{5}{2}$ (C)3 (D) $\frac{7}{2}$ 。

解析：硬幣兩正 ($\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$) 的狀況下

骰子點數	1	2	3	4	5	6
可獲得的金額 m	2	4	6	8	10	12
機率 P	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$

硬幣一正一反 ($\frac{2}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$) 的狀況下

骰子點數	1	2	3	4	5	6
可獲得的金額 m	1	2	3	4	5	6
機率 P	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$

$$E(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = \frac{7}{2}$$

參閱講義：M21 講義《第 10 章 機率與統計》P.255 教師 1、P.256 教師 4

N06 講義《第 10 章 機率與統計》P.193 教師 1、P.193 教師 3

(A) 22. 已知一矩形的長為 $2\cos 1^\circ \cos 2^\circ$ ，寬為 $2\sin 1^\circ \csc 4^\circ$ ，則此矩形面積為何？

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

解 析：矩形面積 = 長 \times 寬 = $(2\cos 1^\circ \cos 2^\circ)(2\sin 1^\circ \csc 4^\circ) = 4\cos 1^\circ \sin 1^\circ \cos 2^\circ \csc 4^\circ$
 $= 2(2\cos 1^\circ \sin 1^\circ) \cos 2^\circ \csc 4^\circ = (2\sin 2^\circ \cos 2^\circ) \csc 4^\circ = \sin 4^\circ \csc 4^\circ = 1$

參閱講義：M21 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.297 教師 3
N06 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.225 教師 1

(C) 23. 已知 $\triangle ABC$ 三邊長 a, b, c 滿足 $(a-b)^2 = c^2 - (2+\sqrt{3})ab$ ，若 $\angle C$ 為邊長 c 所對應的角，則 $\angle C = ?$ (A) 30° (B) 60° (C) 150° (D) 120° 。

解 析： $(a-b)^2 = c^2 - (2+\sqrt{3})ab \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = c^2 - 2ab - \sqrt{3}ab \Rightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -\sqrt{3}ab$
又 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{-\sqrt{3}ab}{2ab} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle C = 150^\circ$

參閱講義：M21 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.302 教師 5
N06 講義《第 11 章 三角函數的應用》P.230 教師 5

(B) 24. 已知平面上有一圓 $C: (x-a)^2 + y^2 = 1$ 與直線 $L: y = x$ 相交於兩點，則 a 可能為下列何者？

(A) $a = -2$ (B) $a = 1$ (C) $a = 2$ (D) $a = 3$ 。

解 析：圓 $C: (x-a)^2 + y^2 = 1$ ，其圓心為 $O(a, 0)$ 、半徑 $r = 1$
圓與直線 $L: x - y = 0$ 交於兩點，則 $d(O, L) < r$
 $\Rightarrow \frac{|a-0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} < 1 \Rightarrow |a| < \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$ ，故 $a = 1$ (合)

參閱講義：M21 講義《第 12 章 二次曲線》P.325 教師 2
N06 講義《第 12 章 二次曲線》P.248 教師 2

(B) 25. 已知平面上有一雙曲線方程式為 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ ，下列何者為其漸近線？

(A) $\frac{x}{4} + \frac{y}{9} = 0$ (B) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 0$ (C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ (D) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ 。

解 析：雙曲線 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 其漸近線為 $(\frac{x}{2})^2 - (\frac{y}{3})^2 = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

參閱講義：M21 講義《第 12 章 二次曲線》P.344 教師 1
N06 講義《第 12 章 二次曲線》P.264 教師 1