

# 103 年四技二專統一入學測驗試題

## 《數學(C)》

答案來源：技專校院入學測驗中心

啓芳出版社 提供



103 年數學(C)統測試題，延續去年命題特色相當用心，試題靈活，考相當多的基本觀念，僅複數單元出現 3 題，其餘各章節命題平均，著重觀念理解，較無繁複的運算，綜合而言本年度的試題較 102 年容易，預估今年 103 年數學(C)的分數較去年 102 年數學(C)的分數會略為提昇。

( B ) 1. 已知平面三向量  $\vec{a} = (3, 4)$ ， $\vec{b} = (x, -9)$ ， $\vec{c} = (-8, y)$ 。設  $\vec{a} \perp \vec{b}$  且  $\vec{b} \parallel \vec{c}$ ，則  $y-x$  之值為何？

(A) -18 (B) -6 (C) 6 (D) 18。

解 析：  $\because \vec{a} \perp \vec{b} \therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = (3, 4) \cdot (x, -9) = 0 \Rightarrow 3x - 36 = 0 \Rightarrow x = 12$

$\because \vec{b} \parallel \vec{c} \therefore \frac{12}{-8} = \frac{-9}{y} \Rightarrow y = 6$ ，故  $y-x = -6$

參閱講義：W05 講義《第 3 章 向量》P.86 教師講解 4

( C ) 2. 設  $F$ 、 $F'$  為橢圓  $25x^2 + 9y^2 = 225$  的二焦點，點  $P(-3, 0)$  為橢圓上一點，則  $\overline{PF} + \overline{PF'}$  之值為何？

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 15。

解 析：  $25x^2 + 9y^2 = 225 \Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  得  $a=5$ 、 $b=3$ ，由定義得： $\overline{PF} + \overline{PF'} = 2a = 10$

參閱講義：W05 講義《第 12 章 二次曲線》P.334 教師講解 3

( B ) 3. 設  $f(x) = 2x^2 - 3$ ， $g(x) = 3 - x^2$ ，則定積分  $\int_{-3}^3 [f(x) - g(x)] dx$  之值為何？

(A) 0 (B) 18 (C) 42 (D) 54。

解 析：  $\int_{-3}^3 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-3}^3 [(2x^2 - 3) - (3 - x^2)] dx$

$= \int_{-3}^3 (3x^2 - 6) dx = (x^3 - 6x) \Big|_{-3}^3 = (27 - 18) - (-27 + 18) = 18$

參閱講義：W05 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.377 教師講解 2

( B ) 4. 設一等比級數的第三項為 4，公比為  $-\frac{1}{3}$ ，前  $n$  項和為  $\frac{6560}{243}$ ，則  $n$  之值為何？

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10。

解 析：  $a_3 = a_1 \cdot r^2 = a_1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 4 \Rightarrow a_1 = 36$

$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1[1-(-\frac{1}{3})^n]}{1-(-\frac{1}{3})} = \frac{6560}{243} \Rightarrow 1-(-\frac{1}{3})^n = \frac{6560}{6561} \Rightarrow \frac{1}{6561} = (-\frac{1}{3})^8$

$\Rightarrow (-\frac{1}{3})^8 = (-\frac{1}{3})^n \Rightarrow n = 8$

參閱講義：W05 講義《第 8 章 數列與級數》P.204 教師講解 3

(A) 5. 求  $(\sqrt[3]{3}-2)(\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}+4)$  之值為何？

(A) -5 (B) -3 (C) 8 (D) 11。

解析：  $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3 \Rightarrow (\sqrt[3]{3}-2)(\sqrt[3]{9}+2\sqrt[3]{3}+4)=(\sqrt[3]{3})^3-2^3=3-8=-5$

參閱講義：W05 講義《第 4 章 式的運算》P.123 重點整理 5(2)

(D) 6. 設  $x$ 、 $y$ 、 $k$  均為實數，若  $|x+1|+|2x-y+4|+|x+3y+k|=0$ ，則  $k$  之值為何？

(A) 3 (B) 1 (C) -4 (D) -5。

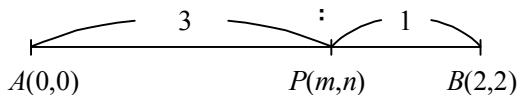
解析：由題意知：
$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2x-y+4=0 \\ x+3y+k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ k=-5 \end{cases}$$

參閱講義：W05 講義《第 5 章 方程式》P.132 教師講解 1

(C) 7. 設  $A(0,0)$ 、 $B(2,2)$  為平面上二點，若點  $P(m,n)$  在線段  $\overline{AB}$  上，且  $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$ ，則  $m+n$  之值為何？

(A) 2 (B) 2.5 (C) 3 (D) 3.5。

解析：利用內分點公式可得：
$$m=\frac{1 \times 0 + 3 \times 2}{3+1}=\frac{3}{2}, n=\frac{1 \times 0 + 3 \times 2}{3+1}=\frac{3}{2} \Rightarrow m+n=3$$



參閱講義：W05 講義《第 1 章 直線方程式》P.6 教師講解 1

(B) 8. 設  $\sin(-45^\circ) \cdot \sin 15^\circ = k - \cos 45^\circ \cdot \cos(-15^\circ)$ ，則  $k$  之值為何？

(A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

解析：
$$k = \sin(-45^\circ) \cdot \sin 15^\circ + \cos 45^\circ \cdot \cos(-15^\circ) = -\sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ + \cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ$$
$$= \cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 45^\circ \cdot \sin 15^\circ = (\cos 45^\circ + 15^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

參閱講義：W05 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.57 自我評量 2

(C) 9. 在  $\triangle ABC$  中，設三邊長之比  $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA} = 7:5:3$ ，則  $\triangle ABC$  之最大內角為何？

(A)  $75^\circ$  (B)  $90^\circ$  (C)  $120^\circ$  (D)  $135^\circ$ 。

解析：最大內角為  $\angle C$ ，則 
$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{5^2+3^2-7^2}{2 \times 5 \times 3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle C = 120^\circ$$

參閱講義：W05 講義《第 2 章 三角函數及其應用》P.73 進階評量 27

(A) 10. 設直線  $8x+y=c$  為拋物線  $y=4(x-1)^2$  之切線，則  $c$  之值為何？

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7。

解析： $\because$  直線為拋物線的切線  $\therefore$  交於一點 
$$\begin{cases} 8x+y=c \\ y=4(x-1)^2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow 4x^2+4-c=0, \text{ 又判別式}=0, \text{ 故 } D=0^2-4 \cdot 4(4-c)=0 \Rightarrow c=4$$

參閱講義：W05 講義《第 12 章 二次曲線》P.349 進階評量 5

(A) 11. 設  $(\frac{1}{2})^a = \frac{1}{70}$  ,  $(\frac{1}{4})^b = \frac{1}{2500}$  ,  $(\frac{1}{8})^c = \frac{1}{216000}$  , 則  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三個數的大小關係為何?

(A)  $b < c < a$  (B)  $c < b < a$  (C)  $c < a < b$  (D)  $a < b < c$ 。

解 析 :  $(\frac{1}{2})^a = \frac{1}{70} \Rightarrow 2^a = 70$  ,  $(\frac{1}{4})^b = (\frac{1}{2})^{2b} = (\frac{1}{50})^2 \Rightarrow 2^{2b} = 50^2 \Rightarrow 2^b = 50$  ,  
 $(\frac{1}{8})^c = (\frac{1}{2})^{3c} = (\frac{1}{60})^3 \Rightarrow 2^{3c} = 60^3 \Rightarrow 2^c = 60 \therefore b < c < a$

參閱講義 : W05 講義《第 9 章 指數與對數及其運算》P.218 教師講解 3

(A) 12. 將 0、1、2、3、5 五個數字全取，排成一列，可得 4 的倍數的五位數共有多少個？  
 (註：凡是末兩位數是 4 的倍數者即為 4 的倍數)

(A) 18 (B) 20 (C) 24 (D) 36。

解 析 : 若為 4 的倍數末兩位數為：12、20、32、52  
 (1) 末二位數為 12、32、52 時： $\square \square \square \_ \_ \Rightarrow (2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1) \cdot 3 = 12$   
 (2) 末二位數為 20 時： $\square \square \square \_ \_ \Rightarrow 3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 = 6$   
 故共有  $12 + 6 = 18$  (個)

參閱講義 : W05 講義《第 10 章 排列組合》P.237 教師講解 6

(B) 13. 關於  $(x - \frac{2}{x})^8$  展開式中，下列敘述何者正確？

(A) 常數項為 1160 (B)  $x^2$  項係數為 -448 (C)  $x^4$  項係數為 -112 (D)  $x^{-8}$  項係數為 -256。

解 析 : 一般項： $C_r^8 x^r (-2x^{-1})^{8-r} = C_r^8 (-2)^{8-r} x^{2r-8}$   
 (A) 常數項： $2r - 8 = 0 \Rightarrow r = 4$ ，故常數項為  $C_4^8 (-2)^4 = 1120$   
 (B)  $x^2$  項： $2r - 8 = 2 \Rightarrow r = 5$ ，故  $x^2$  項係數為  $C_5^8 (-2)^3 = -448$   
 (C)  $x^4$  項為  $2r - 8 = 4 \Rightarrow r = 6$ ，故  $x^4$  項係數為  $C_6^8 (-2)^2 = 112$   
 (D)  $x^{-8}$  項為  $2r - 8 = -8 \Rightarrow r = 0$ ，故  $x^{-8}$  項係數為  $C_0^8 (-2)^8 = 256$

參閱講義 : W05 講義《第 10 章 排列組合》P.253 教師講解 1

(C) 14. 設  $\alpha$ ， $\beta$  為方程式  $x^2 - 5x + 3 = 0$  的兩根，則  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$  之值為何？

(A)  $-\frac{7}{3}$  (B)  $\frac{17}{3}$  (C)  $\frac{19}{3}$  (D)  $\frac{20}{3}$ 。

解 析 : 利用根與係數的關係知： $\alpha + \beta = 5$ ， $\alpha\beta = 3$   
 $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta^2 + \alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{5^2 - 2 \times 3}{3} = \frac{19}{3}$

參閱講義 : W05 講義《第 4 章 式的運算》P.117 教師講解 1

(D) 15. 三階行列式  $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix}$  之值為何？

(A) -202 (B) -201 (C) -101 (D) -100。

解 析 :  $\begin{vmatrix} 101 & 102 & 103 \\ 201 & 202 & 203 \\ 301 & 302 & 304 \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \times(-1) & \times(-1) \\ \downarrow & \downarrow \end{matrix}} \begin{vmatrix} 101 & 1 & 2 \\ 201 & 1 & 2 \\ 301 & 1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \leftarrow \times(-1) \\ \leftarrow \times(-1) \end{matrix}} \begin{vmatrix} 101 & 1 & 2 \\ 100 & 0 & 0 \\ 200 & 0 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 1 \end{vmatrix} = -100$

參閱講義 : W05 講義《第 5 章 方程式》P.143 自我評量 8

(A) 16. 設  $z = \frac{(5-12i)(3+4i)}{(4-3i)(12-5i)}$ ,  $i = \sqrt{-1}$ , 則  $|z|$  之值為何?

(A)1 (B) $\sqrt{2}$  (C)2 (D)13。

解析： $|z| = \frac{|(5-12i)|(3+4i)|}{|(4-3i)|(12-5i)|} = \frac{\sqrt{5^2+(-12)^2}\sqrt{3^2+4^2}}{\sqrt{4^2+(-3)^2}\sqrt{12^2+(-5)^2}} = 1$

參閱講義：W05 講義《第 6 章 複數》P.157 教師講解 2

(D) 17. 設  $z_1 = (\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})^4$ ,  $z_2 = (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^2$ , 則  $\frac{z_1}{z_2}$  之值為何?

(A)-1 (B) $i$  (C)0 (D)1。

解析： $z_1 = (\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})^4 = \cos \frac{20\pi}{3} + i \sin \frac{20\pi}{3}$ ,  
 $z_2 = (\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})^2 = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$ ,  
 $\therefore \frac{z_1}{z_2} = \cos(\frac{20\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}) + i \sin(\frac{20\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}) = \cos 6\pi + i \sin 6\pi = 1 + i \cdot 0 = 1$

參閱講義：W05 講義《第 6 章 複數》P.168 進階評量 6

(D) 18. 設  $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $x + y = 6$ , 則  $xy^2$  之最大值為何?

(A)16 (B)18 (C)25 (D)32。

解析：利用算幾不等式可得： $\frac{x + \frac{y}{2} + \frac{y}{2}}{3} \geq \sqrt[3]{x \cdot \frac{y}{2} \cdot \frac{y}{2}} \Rightarrow 2 \geq \sqrt[3]{\frac{xy^2}{4}} \Rightarrow 8 \geq \frac{xy^2}{4}$ , 即  $xy^2 \leq 32$   
 $\therefore$  最大值為 32

參閱講義：W05 講義《第 7 章 不等式及其應用》P.187 高手來高招 2

(C) 19. 在聯立不等式組  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $2x + y - 6 \leq 0$ ,  $x + 2y - 6 \leq 0$  的可行解區域中,  $x$ 、 $y$  均為整數解的點坐標  $(x, y)$  共有多少個?

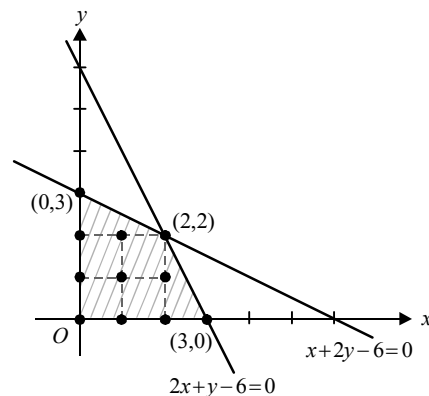
(A)8 (B)9 (C)11 (D)無限多個。

解析：

$x$	0	1	2	3
$y$	0~3	0~2	0~2	0

由可行解區域知：整數解的點坐標如圖：  
 $(0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0),$   
 $(2,1), (2,2), (3,0)$  共有 11 個

參閱講義：W05 講義《第 7 章 不等式及其應用》  
 P.177 自我評量 3



(A) 20. 設平面二向量  $\vec{u} = (2 \cos \theta, \sin \theta)$ ,  $\vec{v} = (\sin \theta, 2 \cos \theta)$  且其內積  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ , 若  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ , 則  $\theta$  之

值可能為何?

(A) $\frac{\pi}{12}$  (B) $\frac{\pi}{6}$  (C) $\frac{\pi}{4}$  (D) $\frac{\pi}{3}$ 。

解析： $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2 \cos \theta, \sin \theta) \cdot (\sin \theta, 2 \cos \theta) = 1 \Rightarrow 2 \cos \theta \sin \theta + \sin \theta \cdot 2 \cos \theta = 4 \sin \theta \cos \theta = 1$   
 即  $2(2 \sin \theta \cos \theta) = 1 \Rightarrow 2 \sin 2\theta = 1 \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{1}{2}$   
 $\therefore 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 \leq 2\theta \leq \pi \therefore 2\theta = 30^\circ$  或  $150^\circ$ , 故  $\theta = 15^\circ$  或  $\theta = 75^\circ$

參閱講義：W05 講義《第 3 章 向量》P.93 我自評量 4

(D) 21. 設  $f(x) = \frac{x(x-1)(x-4)}{(x+1)(x+2)}$ ，則導數  $f'(0)$  之值為何？

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2。

解析：  $f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x(x-1)(x-4)}{(x+1)(x+2)} - 0}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)(x-4)}{(x+1)(x+2)} = 2$

參閱講義：W05 講義《第 13 章 微積分及其應用》P.381 高手來過招 4

(A) 22. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三個數均為正實數，且已知  $a+c=36$ ，若  $a$ 、 $b$ 、 $12$  三數成等差數列，且  $2$ 、 $b$ 、 $c$  三數成等比數列，則下列敘述何者有誤？

(A)  $b+c=32$  (B)  $a+b=12$  (C)  $b^2=2c$  (D)  $2b=a+12$ 。

解析：  $2$ 、 $b$ 、 $c$  成等比  $\Rightarrow b^2=2c$ ， $a$ 、 $b$ 、 $12$  成等差  $\Rightarrow 2b=a+12$ ，  
又  $a+c=36$ ，以  $c=36-a$  代入  $b^2=2c \Rightarrow b^2=72-2a$ ，  
再以  $a=2b-12$  代入  $b^2=72-2a \Rightarrow b^2=72-2a=96-4b$ ，  
 $b^2+4b-96=0 \Rightarrow (b-8)(b+12)=0$ ， $b=8$  或  $b=-12$  (不合)  
 $\Rightarrow a=4$ ， $b=8$ ， $c=32$ ，得  $b+c=40$

參閱講義：W05 講義《第 8 章 數列與級數》P.200 自我評量 8、P.205 自我評量 4

(D) 23. 化簡  $\frac{2 + \log_{10} 4 - \frac{1}{3} \log_{10} 216 + \frac{1}{4} \log_{10} 625 + \frac{1}{5} \log_{10} 243}{1 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{6}{5} + \log_2 \frac{7}{6} + 3 \log_8 \frac{8}{7} + 2 \log_4 \frac{9}{8} - \log_4 9}$  得其值為何？

(A) 1 (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D) 3。

解析：原式 =  $\frac{2 + \log_{10} 4 - \log_{10} (6^3)^{\frac{1}{3}} + \log_{10} (5^4)^{\frac{1}{4}} + \log_{10} (3^5)^{\frac{1}{5}}}{1 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{6}{5} + \log_2 \frac{7}{6} + 3 \log_{2^3} \frac{8}{7} + 2 \log_{2^2} \frac{9}{8} - \log_{2^2} 3^2}$   
=  $\frac{2 + \log_{10} 4 - \log_{10} 6 + \log_{10} 5 + \log_{10} 3}{1 + \log_2 \frac{5}{3} + \log_2 \frac{6}{5} + \log_2 \frac{7}{6} + \log_2 \frac{8}{7} + \log_2 \frac{9}{8} - \log_2 3}$   
=  $\frac{2 + \log_{10} (\frac{4 \cdot 5 \cdot 3}{6})}{1 + \log_2 (\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{3})} = \frac{2 + \log_{10} 10}{1 + \log_2 1} = \frac{2+1}{1+0} = 3$

參閱講義：W05 講義《第 9 章 指數與對數及其運算》P.214 教師講解 4

(B) 24. 某位老師想了解某班級學生數學程度，隨機抽取十一位同學得到他們入學考的數學成績如下：60、55、20、45、70、90、30、60、45、45、30 (單位：分)，已知其算數平均數

等於 50，則這些分數的樣本標準差為何？(註：樣本標準差  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$ )

(A) 15 分 (B) 20 分 (C) 25 分 (D) 30 分。

解析：  $S = \sqrt{\frac{1}{11-1} (10^2 + 5^2 + 30^2 + 5^2 + 20^2 + 40^2 + 20^2 + 10^2 + 5^2 + 5^2 + 20^2)} = \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 4000} = 20$

參閱講義：W05 講義《第 11 章 機率與統計》P.298 教師講解 2

- ( C )25. 已知一袋中有大小相同的球共 200 顆，每顆球上都印有一個不同的號碼，分別是 1 至 200 號，今從袋中隨機抽出一球，假設每球被抽中的機會均等，則下列敘述何者正確？
- (A) 被抽中的球號 3 的倍數或者是 5 的倍數的機率為  $\frac{94}{200}$
- (B) 被抽中的球號不是 3 的倍數而且是 5 的倍數的機率為  $\frac{30}{200}$
- (C) 被抽中的球號是 3 的倍數而且不是 5 的倍數的機率為  $\frac{53}{200}$
- (D) 被抽中的球號不是 3 的倍數而且不是 5 的倍數的機率為  $\frac{113}{200}$ 。

**解 析**：設 3 的倍數的個數為  $n(A) = \left[ \frac{200}{3} \right] = 66$  (註： $\left[ \frac{200}{3} \right]$  表取整數)，

$$5 \text{ 的倍數的個數為 } n(B) = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40,$$

$$15 \text{ 的倍數的個數為 } n(A \cap B) = \left[ \frac{200}{15} \right] = 13, \text{ 則}$$

$$(A) P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{66 + 40 - 13}{200} = \frac{93}{200}$$

$$(B) P(B - A) = \frac{n(B - A)}{n(S)} = \frac{n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{40 - 13}{200} = \frac{27}{200}$$

$$(C) P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} = \frac{n(A) - n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{66 - 13}{200} = \frac{53}{200}$$

$$(D) P(A' \cap B') = \frac{n(A' \cap B')}{n(S)} = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{93}{200} = \frac{107}{200}$$

**參閱講義**：W05 講義《第 11 章 機率與統計》P.266 教師講解 3